E. Skeli, D. Weidemann

Institut für Systemdynamik und Mechatronik
FH Bielefeld

Interaktion stochastischer Filter für unterschiedlich dimensionierte, heterogene Zustandsräume

Aspekte der Diagnose:

sicherheittechnischer Aspekt

$\Rightarrow$ Schutz des Betreibers/Benutzers eines technischen Systems

wirtschaftliche Aspekte

$\Rightarrow$ Reduktion von Stillstandszeiten und Wartungskosten

Aspekte der Diagnose:

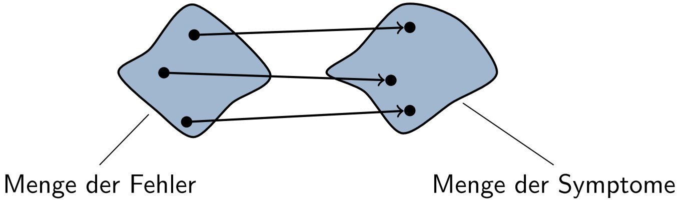
sicherheittechnischer Aspekt

$\Rightarrow$ Schutz des Betreibers/Benutzers eines technischen Systems

wirtschaftliche Aspekte

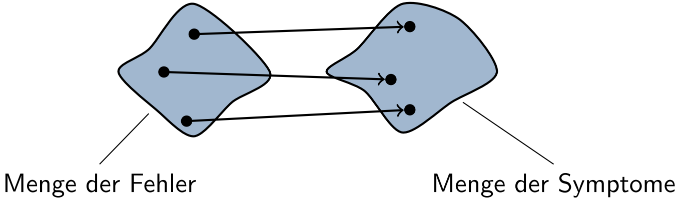
$\Rightarrow$ Reduktion von Stillstandszeiten und Wartungskosten

Was passiert bei der Diagnose?

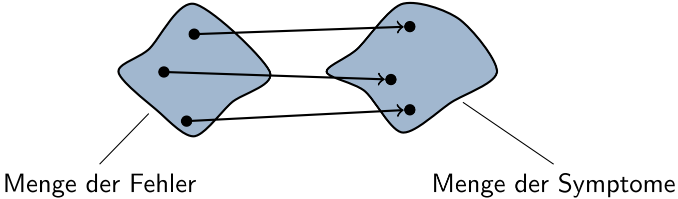


$\Rightarrow$ Symptome werden auf Fehlerursachen zurückgeführt

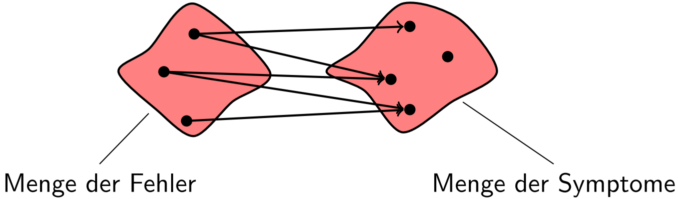
Der wünschenswerte Idealfall ...



Der wünschenswerte Idealfall ...



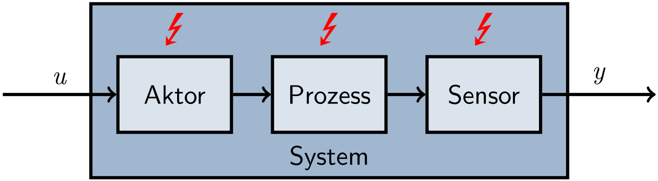
und die traurige Realität ...



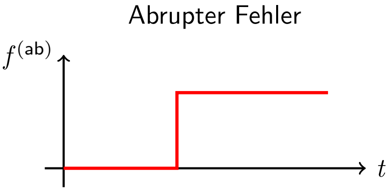
Überblick

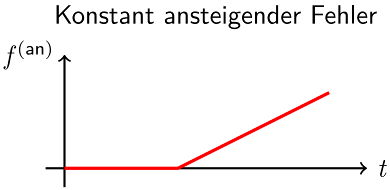
- **Modellierung fehlerbehafteter Systeme**
- **Mischen der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen**
- **Interacting-Multiple-Model-Ansatz**
- **Ergebnisse**
- **Zusammenfassung**

Fehlerort:



Fehlercharakteristik:





DAE-System in semi-expliziter Form

$$\Sigma^{(\mathsf{ff})} = \begin{cases} \dot{x}_\mathsf{d}^{(\mathsf{ff})} = f^{(\mathsf{ff})}(x_\mathsf{d}^{(\mathsf{ff})}, x_\mathsf{a}, u) \\ g^{(\mathsf{ff})}(x_\mathsf{d}^{(\mathsf{ff})}, x_\mathsf{a}, u) = 0 \ \wedge \ \det\left(\frac{\partial g^{(\mathsf{ff})}}{\partial x_\mathsf{a}}\right) \neq 0 \\ y = h^{(\mathsf{ff})}(x_\mathsf{d}^{(\mathsf{ff})}, x_\mathsf{a}, u) \end{cases}$$

Berücksichtigung der Fehler mittels Zustandserweiterung:

$$x_\mathsf{d}^{(\cdot)} = \left[(x_\mathsf{d}^{(\mathsf{ff})})^\mathsf{T}, x_{\mathsf{d,erw}}^{(\cdot)}\right]^T$$

(a) Abrupter Fehler

$$\dot{x}_{\mathsf{d,erw}}^{(\mathsf{ab})} = 0$$

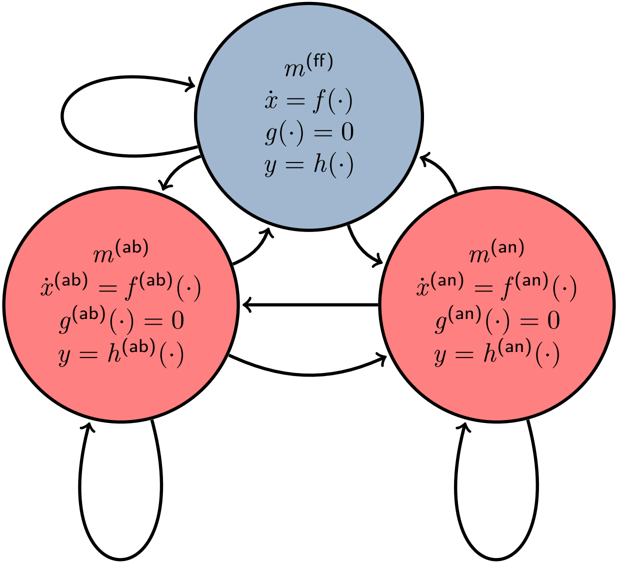
$$\Sigma^{(\mathsf{ab})} = \begin{cases} \dot{x}_\mathsf{d}^{(\mathsf{ab})} = \begin{bmatrix} f^{(\mathsf{ff})}(x_\mathsf{d}^{(\mathsf{ab})}, x_\mathsf{a}, u) \\ 0 \end{bmatrix} \\ g^{(\mathsf{ab})}(x_\mathsf{d}^{(\mathsf{ab})}, x_\mathsf{a}, u) = 0 \\ y = h^{(\mathsf{ab})}(x_\mathsf{d}^{(\mathsf{ab})}, x_\mathsf{a}, u) \end{cases}$$

(b) Konstant ansteigender Fehler

$$\dot{x}_{\mathsf{d,erw}}^{(\mathsf{an})} = s$$

$$\Sigma^{(\mathsf{an})} = \begin{cases} \dot{x}^{(\mathsf{an})} = \begin{bmatrix} f^{(\mathsf{an})}(x_\mathsf{d}^{(\mathsf{an})}, x_\mathsf{a}, u) \\ s \end{bmatrix} \\ g^{(\mathsf{an})}(x_\mathsf{d}^{(\mathsf{an})}, x_\mathsf{a}, u) = 0 \\ y = h^{(\mathsf{an})}(x_\mathsf{d}^{(\mathsf{an})}, x_\mathsf{a}, u) \end{cases}$$

Hybrider Automat



Mischen bei identischen Zustandsräumen

Satz:

Seien $p^{(1)}(x), \ldots, p^{(q)}(x)$ *Dichtefunktionen mit* $x = \left[x_d^T, x_a^T\right]^T \in \mathbb{R}^n, n = n_d + n_a$ *und* $\mu_1, \ldots, \mu_q \in [0, 1] \subset \mathbb{R}$, $q \in \mathbb{N}$ *mit* $\sum_{i=1}^{q} \mu_i = 1$, *dann ist die Mischung*

$$p(x) = \sum_{i=1}^{q} \mu_i p^{(i)}(x)$$

ebenfalls eine Dichtefunktion.

Mischen bei identischen Zustandsräumen

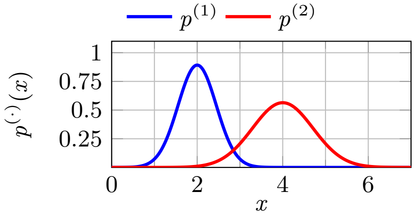
Satz:

Seien $p^{(1)}(x), \dots, p^{(q)}(x)$ *Dichtefunktionen mit* $x = \left[x_d^T, x_a^T\right]^T \in \mathbb{R}^n, n = n_d + n_a$ *und* $\mu_1, \dots, \mu_q \in [0,1] \subset \mathbb{R}$, $q \in \mathbb{N}$ *mit* $\sum_{i=1}^{q} \mu_i = 1$*, dann ist die Mischung*

$$p(x) = \sum_{i=1}^{q} \mu_i p^{(i)}(x)$$

ebenfalls eine Dichtefunktion.

Zwei Normalverteilungen ($x \in \mathbb{R}$):



Mischen bei identischen Zustandsräumen

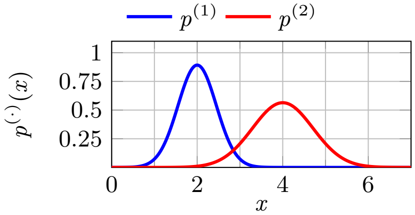
Satz:

Seien $p^{(1)}(x), \ldots, p^{(q)}(x)$ *Dichtefunktionen mit* $x = \left[x_d^T, x_a^T\right]^T \in \mathbb{R}^n, n = n_d + n_a$ *und* $\mu_1, \ldots, \mu_q \in [0,1] \subset \mathbb{R}$, $q \in \mathbb{N}$ *mit* $\sum_{i=1}^{q} \mu_i = 1$, *dann ist die Mischung*

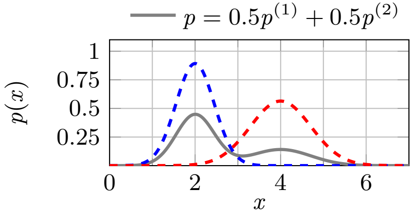
$$p(x) = \sum_{i=1}^{q} \mu_i p^{(i)}(x)$$

ebenfalls eine Dichtefunktion.

Zwei Normalverteilungen ($x \in \mathbb{R}$):

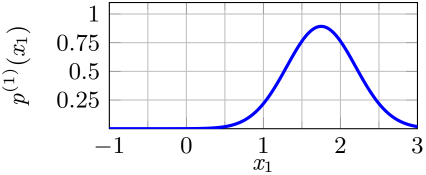


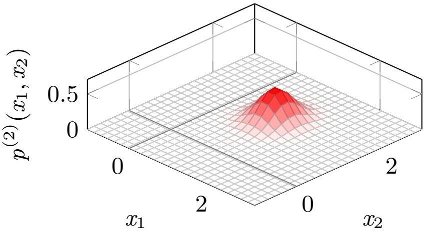
Mischverteilung ($x \in \mathbb{R}$):



Mischen bei unterschiedlich dimensionierten Zustandsräumen

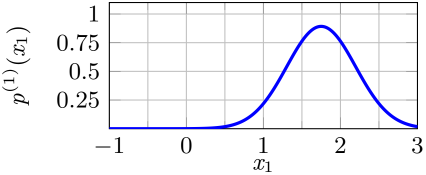
Zwei Normalverteilungen ($x_1, x_2 \in \mathbb{R}$):

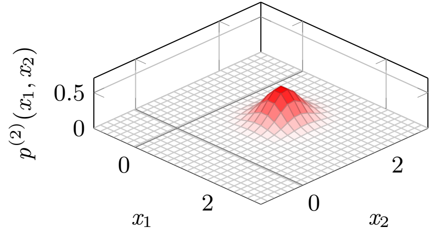




Mischen bei unterschiedlich dimensionierten Zustandsräumen

Zwei Normalverteilungen ($x_1, x_2 \in \mathbb{R}$):





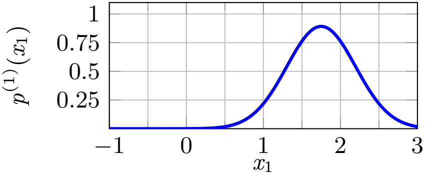
Erweiterung der ersten Dichtefunktion:

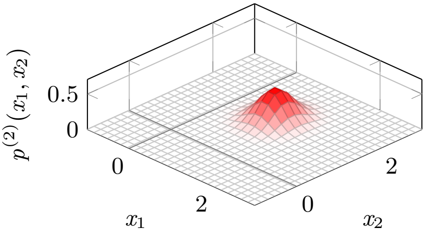
$$p_{\mathrm{e}}^{(1)}(x_1, x_2) = p^{(1)}(x_1) p^{(1,2)}(x_2)$$

Institut für Systemdynamik und Mechatronik

Mischen bei unterschiedlich dimensionierten Zustandsräumen

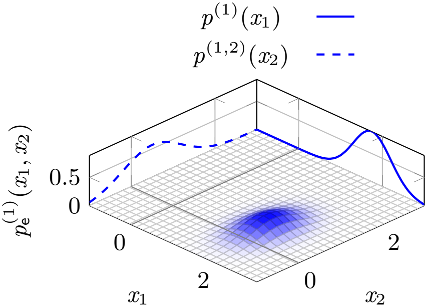
Zwei Normalverteilungen ($x_1, x_2 \in \mathbb{R}$):





Erweiterung der ersten Dichtefunktion:

$$p_{\mathsf{e}}^{(1)}(x_1, x_2) = p^{(1)}(x_1)p^{(1,2)}(x_2)$$



IMM-Ablauf

- Berechnung der Mischwahrscheinlichkeiten $\mu_{k|k}^{(ij)}$ für alle $i, j \in \{1, \ldots, q\}$
- Mischung der Dichtefunktionen und Berechnung $\tilde{x}_{\mathsf{e,d},k|k}^{(j)}$ und $\tilde{P}_{x_{\mathsf{e,d}} x_{\mathsf{e,d}},k}^{(j)}$ für alle $j \in \{1, \ldots, q\}$
- Filterung zur Bestimmung von $\hat{x}_{\mathsf{e,d},k+1|k+1}^{(j)}$ und $P_{x_{\mathsf{e,d}} x_{\mathsf{e,d}},k+1}^{(j)}$ für alle $j \in \{1, \ldots, q\}$
- Berechnung der Modewahrscheinlichkeiten $\mu_{k+1|k+1}^{(j)}$ für alle $j \in \{1, \ldots, q\}$

IMM-Ablauf

- Berechnung der Mischwahrscheinlichkeiten $\mu_{k|k}^{(ij)}$ für alle $i, j \in \{1, \ldots, q\}$
- Mischung der Dichtefunktionen und Berechnung $\tilde{x}_{\mathsf{e,d},k|k}^{(j)}$ und $\tilde{P}_{x_{\mathsf{e,d}}x_{\mathsf{e,d}},k}^{(j)}$ für alle $j \in \{1, \ldots, q\}$
- Filterung zur Bestimmung von $\hat{x}_{\mathsf{e,d},k+1|k+1}^{(j)}$ und $P_{x_{\mathsf{e,d}}x_{\mathsf{e,d}},k+1}^{(j)}$ für alle $j \in \{1, \ldots, q\}$
- Berechnung der Modewahrscheinlichkeiten $\mu_{k+1|k+1}^{(j)}$ für alle $j \in \{1, \ldots, q\}$

IMM-Ablauf

- Berechnung der Mischwahrscheinlichkeiten $\mu_{k|k}^{(ij)}$ für alle $i, j \in \{1, \dots, q\}$
- Mischung der Dichtefunktionen und Berechnung $\tilde{x}_{\mathsf{e,d},k|k}^{(j)}$ und $\tilde{P}_{x_{\mathsf{e,d}}x_{\mathsf{e,d}},k}^{(j)}$ für alle $j \in \{1, \dots, q\}$
- Filterung zur Bestimmung von $\hat{x}_{\mathsf{e,d},k+1|k+1}^{(j)}$ und $P_{x_{\mathsf{e,d}}x_{\mathsf{e,d}},k+1}^{(j)}$ für alle $j \in \{1, \dots, q\}$
- Berechnung der Modewahrscheinlichkeiten $\mu_{k+1|k+1}^{(j)}$ für alle $j \in \{1, \dots, q\}$

Interaktion

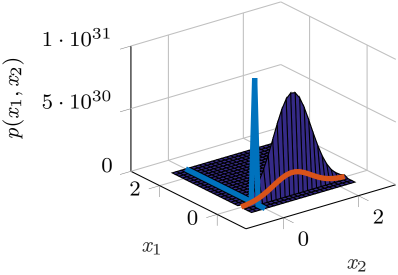
$$
\begin{aligned}
\tilde{x}_{\mathsf{e,d},k|k}^{(j)} &= \int\limits_{-\infty}^{\infty} x_{\mathsf{e,d}} p(x) \mathsf{d}x \\
&= \int\limits_{-\infty}^{\infty} x_{\mathsf{e,d}} \sum_{i=1}^{q} \mu_{k|k}^{(ij)} p^{(i)}(x) \mathsf{d}x \\
&= \sum_{i=1}^{q} \mu_{k|k}^{(ij)} \int\limits_{-\infty}^{\infty} x_{\mathsf{e,d}} p^{(i)}(x) \mathsf{d}x \\
&= \sum_{i=1}^{q} \mu_{k|k}^{(ij)} \hat{x}_{\mathsf{e,d},k|k}^{(i)}
\end{aligned}
$$

Triviale Erweiterung

Dichtefunktionen:

$$p^{(1,2)}(x^{(2)}_{\mathsf{d,erw}}) = p^{(3,2)}(x^{(2)}_{\mathsf{d,erw}}) = \delta(x^{(2)}_{\mathsf{d,erw}})$$

$$p^{(1,3)}(x^{(3)}_{\mathsf{d,erw}}) = p^{(2,3)}(x^{(3)}_{\mathsf{d,erw}}) = \delta(x^{(3)}_{\mathsf{d,erw}})$$



Gemischte Erwartungswerte:

$$\tilde{x}^{(j)}_{\mathsf{e,d},k|k} = \sum_{i=1}^{3} \mu^{(ij)}_{k|k} \hat{x}^{(i)}_{\mathsf{e,d},k|k}$$

für alle $j \in \{1, 2, 3\}$

Geschätzte Erwartungswerte:

$$\hat{x}^{(1)}_{\mathsf{e,d},k|k} = \left[(\hat{x}^{(1)}_{\mathsf{d},k|k})^{\mathsf{T}} \right]^{\mathsf{T}}$$

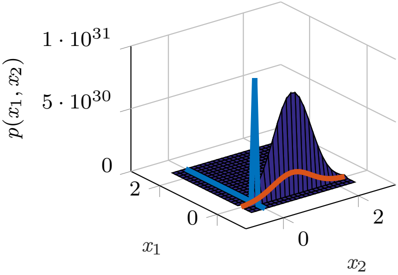
$$\hat{x}^{(2)}_{\mathsf{e,d},k|k} = \left[(\hat{x}^{(2)}_{\mathsf{d},k|k})^{\mathsf{T}}, (\hat{x}^{(2)}_{\mathsf{d,erw},k|k})^{\mathsf{T}} \right]^{\mathsf{T}}$$

$$\hat{x}^{(3)}_{\mathsf{e,d},k|k} = \left[(\hat{x}^{(3)}_{\mathsf{d},k|k})^{\mathsf{T}}, (\hat{x}^{(3)}_{\mathsf{d,erw},k|k})^{\mathsf{T}} \right]^{\mathsf{T}}$$

Triviale Erweiterung

Dichtefunktionen:

$$
\begin{aligned}
p^{(1,2)}(x_{\mathsf{d,erw}}^{(2)}) &= p^{(3,2)}(x_{\mathsf{d,erw}}^{(2)}) \\
&= \delta(x_{\mathsf{d,erw}}^{(2)}) \\
p^{(1,3)}(x_{\mathsf{d,erw}}^{(3)}) &= p^{(2,3)}(x_{\mathsf{d,erw}}^{(3)}) \\
&= \delta(x_{\mathsf{d,erw}}^{(3)})
\end{aligned}
$$



Gemischte Erwartungswerte:

$$
\tilde{x}_{\mathsf{e,d},k|k}^{(j)} = \sum_{i=1}^{3} \mu_{k|k}^{(ij)} \hat{x}_{\mathsf{e,d},k|k}^{(i)}
$$

für alle $j \in \{1, 2, 3\}$

Erweiterte Erwartungswerte:

$$
\hat{x}_{\mathsf{e,d},k|k}^{(1)} = \left[(\hat{x}_{\mathsf{d},k|k}^{(1)})^{\mathsf{T}}, 0, 0 \right]^{\mathsf{T}}
$$

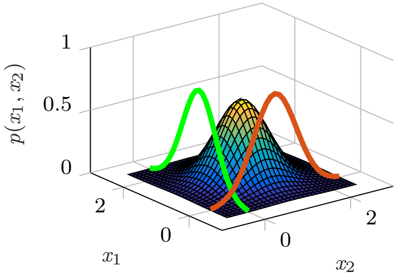
$$
\hat{x}_{\mathsf{e,d},k|k}^{(2)} = \left[(\hat{x}_{\mathsf{d},k|k}^{(2)})^{\mathsf{T}}, (\hat{x}_{\mathsf{d,erw},k|k}^{(2)})^{\mathsf{T}}, 0 \right]^{\mathsf{T}}
$$

$$
\hat{x}_{\mathsf{e,d},k|k}^{(3)} = \left[(\hat{x}_{\mathsf{d},k|k}^{(3)})^{\mathsf{T}}, 0, (\hat{x}_{\mathsf{d,erw},k|k}^{(3)})^{\mathsf{T}} \right]^{\mathsf{T}}
$$

Erweiterung der Dichtefunktionen mit Normalverteilungen

Dichtefunktionen:

$$\begin{aligned} p^{(1,2)}(x^{(2)}_{\mathsf{d,erw}}) &= p^{(3,2)}(x^{(2)}_{\mathsf{d,erw}}) \\ &= \mathcal{N}(x^{(2)}_{\mathsf{d,erw}}; e^{(2)}, P^{(2)}) \\ p^{(1,3)}(x^{(3)}_{\mathsf{d,erw}}) &= p^{(2,3)}(x^{(3)}_{\mathsf{d,erw}}) \\ &= \mathcal{N}(x^{(3)}_{\mathsf{d,erw}}; e^{(3)}, P^{(3)}) \end{aligned}$$



Gemischte Erwartungswerte:

$$\tilde{x}^{(j)}_{\mathsf{e,d},k|k} = \sum_{i=1}^{3} \mu^{(ij)}_{k|k} \hat{x}^{(i)}_{\mathsf{e,d},k|k}$$

für alle $j \in \{1, 2, 3\}$

Geschätzte Erwartungswerte:

$$\hat{x}^{(1)}_{\mathsf{e,d},k|k} = \left[(\hat{x}^{(1)}_{\mathsf{d},k|k})^{\mathsf{T}} \right]^{\mathsf{T}}$$

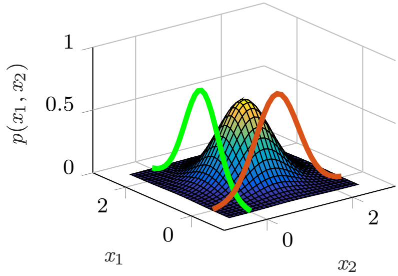
$$\hat{x}^{(2)}_{\mathsf{e,d},k|k} = \left[(\hat{x}^{(2)}_{\mathsf{d},k|k})^{\mathsf{T}}, (\hat{x}^{(2)}_{\mathsf{d,erw},k|k})^{\mathsf{T}} \right]^{\mathsf{T}}$$

$$\hat{x}^{(3)}_{\mathsf{e,d},k|k} = \left[(\hat{x}^{(3)}_{\mathsf{d},k|k})^{\mathsf{T}}, (\hat{x}^{(3)}_{\mathsf{d,erw},k|k})^{\mathsf{T}} \right]^{\mathsf{T}}$$

Erweiterung der Dichtefunktionen mit Normalverteilungen

Dichtefunktionen:

$$\begin{aligned} p^{(1,2)}(x^{(2)}_{\mathsf{d,erw}}) &= p^{(3,2)}(x^{(2)}_{\mathsf{d,erw}}) \\ &= \mathcal{N}(x^{(2)}_{\mathsf{d,erw}}; e^{(2)}, P^{(2)}) \\ p^{(1,3)}(x^{(3)}_{\mathsf{d,erw}}) &= p^{(2,3)}(x^{(3)}_{\mathsf{d,erw}}) \\ &= \mathcal{N}(x^{(3)}_{\mathsf{d,erw}}; e^{(3)}, P^{(3)}) \end{aligned}$$



Gemischte Erwartungswerte:

$$\tilde{x}^{(j)}_{\mathsf{e,d},k|k} = \sum_{i=1}^{3} \mu^{(ij)}_{k|k} \hat{x}^{(i)}_{\mathsf{e,d},k|k}$$

für alle $j \in \{1, 2, 3\}$

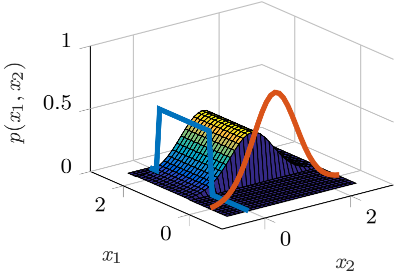
Erweiterte Erwartungswerte:

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(1)}_{\mathsf{e,d},k|k} &= \left[(\hat{x}^{(1)}_{\mathsf{d},k|k})^\mathsf{T}, (e^{(2)})^\mathsf{T}, (e^{(3)})^\mathsf{T} \right]^\mathsf{T} \\ \hat{x}^{(2)}_{\mathsf{e,d},k|k} &= \left[(\hat{x}^{(2)}_{\mathsf{d},k|k})^\mathsf{T}, (\hat{x}^{(2)}_{\mathsf{d,erw},k|k})^\mathsf{T}, (e^{(3)})^\mathsf{T} \right]^\mathsf{T} \\ \hat{x}^{(3)}_{\mathsf{e,d},k|k} &= \left[(\hat{x}^{(3)}_{\mathsf{d},k|k})^\mathsf{T}, (e^{(2)})^\mathsf{T}, (\hat{x}^{(3)}_{\mathsf{d,erw},k|k})^\mathsf{T} \right]^\mathsf{T} \end{aligned}$$

Erweiterung der Dichtefunktionen mit Gleichverteilungen

Dichtefunktionen:

$$
\begin{aligned}
p^{(1,2)}(x^{(2)}_{\mathsf{d,erw}}) &= p^{(3,2)}(x^{(2)}_{\mathsf{d,erw}}) \\
&= \Pi_{i=1}^{n^{(2)}_{\mathsf{d,erw}}} \mathcal{U}(x^{(2)}_{\mathsf{d,erw}}; u^{(2)}_i, o^{(2)}_i) \\
p^{(1,3)}(x^{(3)}_{\mathsf{d,erw}}) &= p^{(2,3)}(x^{(3)}_{\mathsf{d,erw}}) \\
&= \Pi_{j=1}^{n^{(2)}_{\mathsf{d,erw}}} \mathcal{U}(x^{(3)}_{\mathsf{d,erw}}; u^{(2)}_j, o^{(2)}_j)
\end{aligned}
$$



Gemischte Erwartungswerte:

$$
\tilde{x}^{(j)}_{\mathsf{e,d},k|k} = \sum_{i=1}^{3} \mu^{(ij)}_{k|k} \hat{x}^{(i)}_{\mathsf{e,d},k|k}
$$

für alle $j \in \{1, 2, 3\}$

Geschätzte Erwartungswerte:

$$
\begin{aligned}
\hat{x}^{(1)}_{\mathsf{e,d},k|k} &= \left[(\hat{x}^{(1)}_{\mathsf{d},k|k})^{\mathsf{T}} \right]^{\mathsf{T}} \\
\hat{x}^{(2)}_{\mathsf{e,d},k|k} &= \left[(\hat{x}^{(2)}_{\mathsf{d},k|k})^{\mathsf{T}}, (\hat{x}^{(2)}_{\mathsf{d,erw},k|k})^{\mathsf{T}} \right]^{\mathsf{T}} \\
\hat{x}^{(3)}_{\mathsf{e,d},k|k} &= \left[(\hat{x}^{(3)}_{\mathsf{d},k|k})^{\mathsf{T}}, (\hat{x}^{(3)}_{\mathsf{d,erw},k|k})^{\mathsf{T}} \right]^{\mathsf{T}}
\end{aligned}
$$

mit

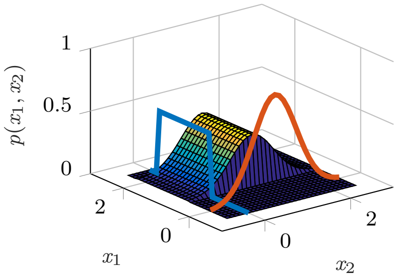
$$
\tilde{e}^{(\cdot)} = \frac{1}{2}[o^{(\cdot)}_1 + u^{(\cdot)}_1, \ldots, o^{(\cdot)}_{n^{(\cdot)}_{\mathsf{d,erw}}} + u^{(\cdot)}_{n^{(\cdot)}_{\mathsf{d,erw}}}]^{\mathsf{T}}
$$

Erweiterung der Dichtefunktionen mit Gleichverteilungen

Dichtefunktionen:

$$p^{(1,2)}(x^{(2)}_{\text{d,erw}}) = p^{(3,2)}(x^{(2)}_{\text{d,erw}}) = \Pi_{i=1}^{n^{(2)}_{\text{d,erw}}} \mathcal{U}(x^{(2)}_{\text{d,erw}}; u^{(2)}_i, o^{(2)}_i)$$

$$p^{(1,3)}(x^{(3)}_{\text{d,erw}}) = p^{(2,3)}(x^{(3)}_{\text{d,erw}}) = \Pi_{j=1}^{n^{(2)}_{\text{d,erw}}} \mathcal{U}(x^{(3)}_{\text{d,erw}}; u^{(2)}_j, o^{(2)}_j)$$



Gemischte Erwartungswerte:

$$\tilde{x}^{(j)}_{\text{e,d},k|k} = \sum_{i=1}^{3} \mu^{(ij)}_{k|k} \hat{x}^{(i)}_{\text{e,d},k|k}$$

für alle $j \in \{1, 2, 3\}$

Erweiterte Erwartungswerte:

$$\hat{x}^{(1)}_{\text{e,d},k|k} = \left[(\hat{x}^{(1)}_{\text{d},k|k})^\mathsf{T}, (\tilde{e}^{(2)})^\mathsf{T}, (\tilde{e}^{(3)})^\mathsf{T} \right]^\mathsf{T}$$

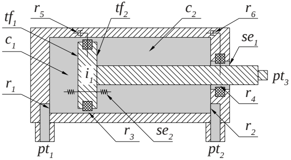
$$\hat{x}^{(2)}_{\text{e,d},k|k} = \left[(\hat{x}^{(2)}_{\text{d},k|k})^\mathsf{T}, (\hat{x}^{(2)}_{\text{d,erw},k|k})^\mathsf{T}, (\tilde{e}^{(3)})^\mathsf{T} \right]^\mathsf{T}$$

$$\hat{x}^{(3)}_{\text{e,d},k|k} = \left[(\hat{x}^{(3)}_{\text{d},k|k})^\mathsf{T}, (\tilde{e}^{(2)})^\mathsf{T}, (\hat{x}^{(3)}_{\text{d,erw},k|k})^\mathsf{T} \right]^\mathsf{T}$$

mit

$$\tilde{e}^{(\cdot)} = \frac{1}{2}[o^{(\cdot)}_1 + u^{(\cdot)}_1, \ldots, o^{(\cdot)}_{n^{(\cdot)}_{\text{d,erw}}} + u^{(\cdot)}_{n^{(\cdot)}_{\text{d,erw}}}]^\mathsf{T}$$

Hydraulik Zylinder



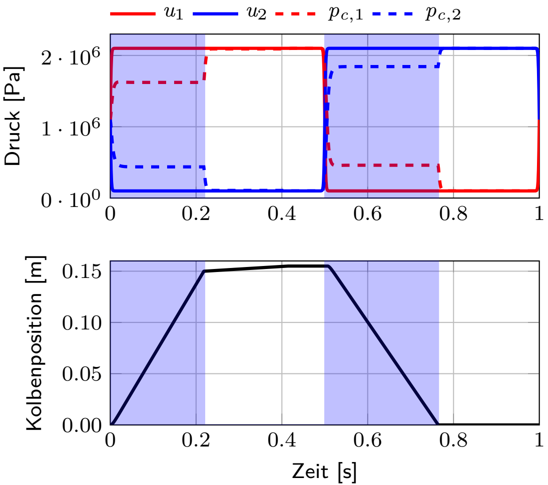
Kontinuierliche Zustände

- 5 differentielle Zustände
- 41 algebraische Zustände

Diskrete Zustände

- Fehlerfreier Zustand
- 2 Fehlerzustände

Drücke und Kolbenverschiebung

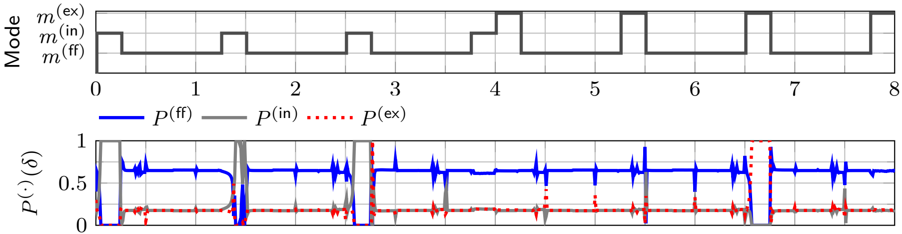


Triviale Erweiterung

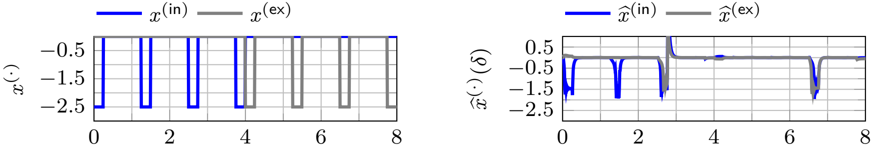
$$p^{(\mathsf{ff,in})}(x^{(\mathsf{in})}_{\mathsf{d,erw}}) = p^{(\mathsf{ex,in})}(x^{(\mathsf{in})}_{\mathsf{d,erw}}) = \delta(x^{(\mathsf{in})}_{\mathsf{d,erw}})$$

$$p^{(\mathsf{ff,ex})}(x^{(\mathsf{ex})}_{\mathsf{d,erw}}) = p^{(\mathsf{in,ex})}(x^{(\mathsf{ex})}_{\mathsf{d,erw}}) = \delta(x^{(\mathsf{ex})}_{\mathsf{d,erw}})$$

Modewechsel und Modewahrscheinlichkeiten



Fehleramplituden

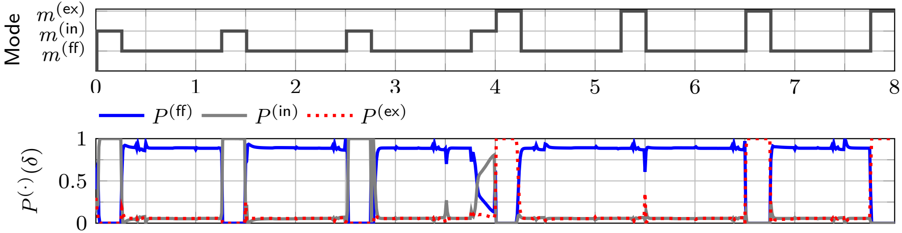


Erweiterung mit Normalverteilung

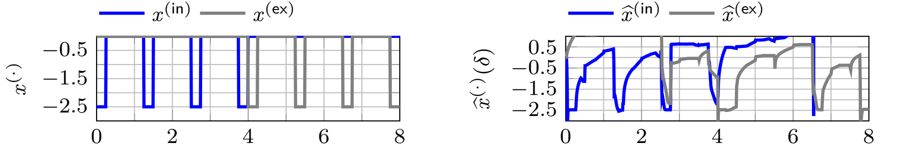
$$p^{(\mathsf{ff,in})}(x_{\mathsf{d,erw}}^{(\mathsf{in})}) = p^{(\mathsf{ex,in})}(x_{\mathsf{d,erw}}^{(\mathsf{in})}) = \mathcal{N}(x_{\mathsf{d,erw}}^{(\mathsf{in})}; \hat{x}_{\mathsf{d,erw},k|k}^{(\mathsf{ex})}, P_{x_{\mathsf{d,erw}}^{(\mathsf{ex})} x_{\mathsf{d,erw}}^{(\mathsf{ex})},k}^{(\mathsf{ex})})$$

$$p^{(\mathsf{ff,ex})}(x_{\mathsf{d,erw}}^{(\mathsf{ex})}) = p^{(\mathsf{in,ex})}(x_{\mathsf{d,erw}}^{(\mathsf{ex})}) = \mathcal{N}(x_{\mathsf{d,erw}}^{(\mathsf{ex})}; \hat{x}_{\mathsf{d,erw},k|k}^{(\mathsf{in})}, P_{x_{\mathsf{d,erw}}^{(\mathsf{in})} x_{\mathsf{d,erw}}^{(\mathsf{in})},k}^{(\mathsf{in})})$$

Modewechsel und Modewahrscheinlichkeiten



Fehleramplituden

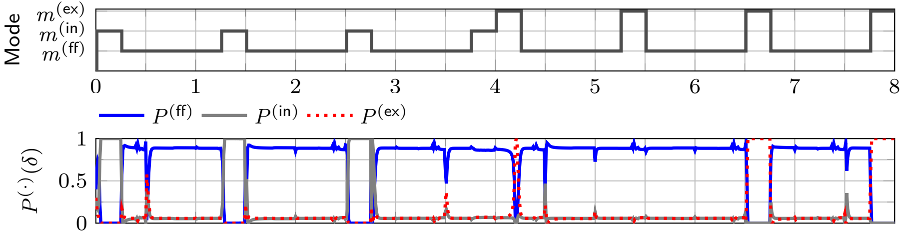


Erweiterung mit Gleichverteilung

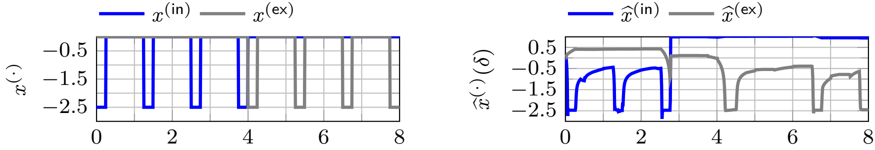
$$p^{(\mathsf{ff,in})}(x^{(\mathsf{in})}_{\mathsf{d,erw}}) = p^{(\mathsf{ex,in})}(x^{(\mathsf{in})}_{\mathsf{d,erw}}) = \mathcal{U}(x^{(\mathsf{in})}_{\mathsf{d,erw}}; \hat{x}^{(\mathsf{ex})}_{\mathsf{d,erw},k|k} - 0.5, \hat{x}^{(\mathsf{ex})}_{\mathsf{d,erw},k|k} + 0.5)$$

$$p^{(\mathsf{ff,ex})}(x^{(\mathsf{ex})}_{\mathsf{d,erw}}) = p^{(\mathsf{in,ex})}(x^{(\mathsf{ex})}_{\mathsf{d,erw}}) = \mathcal{U}(x^{(\mathsf{ex})}_{\mathsf{d,erw}}; \hat{x}^{(\mathsf{in})}_{\mathsf{d,erw},k|k} - 0.5, \hat{x}^{(\mathsf{in})}_{\mathsf{d,erw},k|k} - 0.5)$$

Modewechsel und Modewahrscheinlichkeiten



Fehleramplituden



Zusammenfassung

- **Modellierung von Fehlern durch Zustandserweiterung**
  - $\Rightarrow$ Fehleridentifikation als Parameteridentifikation
  - $\Rightarrow$ Unterschiedliche dimensionierte, heterogene Zustandsräume
- **Mischen von Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen unterschiedlicher Dimensionen**
- **Interacting-Multiple-Model-Ansatz**
  - $\Rightarrow$ Triviale Erweiterung
  - $\Rightarrow$ Erweiterung mit Normalverteilungen
  - $\Rightarrow$ Erweiterung mit Gleichverteilungen
- **Ergebnisse bei Anwendung auf ein hydraulisches System**